اعداد

م.م. احمد محمد خضر م.م. عبير ابراهيم اعشوي

المحاضرة الثالثة

المنطق الرياضي Mathematical Logic

الجمل المفتوحة Open Sentences

عرفت العبارة المنطقية بأنها جملة خبرية اما صائبة او خاطئة (وليس الاثنان معا) ولكن اذا لاحظنا الجمل الاتية :

أ-	X عدد صحيح اكبر من الصفر والتي ترمز لها بالرمز P(X)
ب-	Y+1 =3 والتي نرمز لها بالرمز Q(X)
أ- جـ-	a+b =6 حيث a,b اعداد صحيحة والتي نرمز لها بالرمز G(a,b) .
د-	..... احدى مدن العراق

وجدنا ليس بالامكان القول أن كلا من هذه الجمل تمثل عبارة منطقية. ولكن اذا عوضنا في الجملة (أ) بالعدد 9 بدل الحرف X تصبح (9 عدد صحيح اكبر من الصفر) وهذه عبارة صائبة اعط قيمة ل(Y) في الجملة (ب) لتجعلها عبارة خاطئة. ولو اعطيت كلا من a,b قيمة تساوي 3 نحصل على العبارة (3+3=6) وهي عبارة صائبة. ضع الاسم في الفراغ المناسب في الجملة (د) لتجعلها عبارة صائبة.

تعريف :-

1- المتغير هو رمز يأخذ قيما لمجموعة من الاشياء المفروضة من مجموعة التعويض لذلك المتغير.

2- الجملة المفتوحة هي جملة تحتوي على متغير او اكثر وتتحول الى عبارة عند اعطاء كل متغير قيمة معينة من مجموعة التعويض.

تكافؤ الجمل المفتوحة

هي الجمل التي يكون لها نفس مجموعة الحل في مجموعة تعويض واحدة.لتكن P(x): 2x = 4 , Q(x) : x-1=1

ولتكن مجموعة التعويض لكل منها هي مجموعة الأعداد الصحيحة (Z) نلاحظ ان مجموعة الحل للجملة المفتوحة P(X) هي {2} وان مجموعة الحل للجملة المفتوحة Q(x) هي {2} تسمي الجملتان المفتوحتان Q(x),(p (X متكافئتين وذلك لتساوي مجموعتي الحل لكل منهما .

مثال / اذا كانت P(x) : X=2 , Q(X) : X^2=4 ومجموعة التعويض لكل منها هي مجموعة الأعداد الصحيحة Z.
هل p(x) ,Q(X) متكافئتان؟

الحل :-

نلاحظ ان مجموعة الحل للجملة المفتوحة p(x) هي {2} وان مجموعة الحل للجملة المفتوحة Q (X) هي {2,-2} وبما ان {2} ≠ {2,-2}

لذا نقول ان الجملتين المفتوحتين Q(x), P(x) جملتان غير متكافئتان

تعريف :

ان نفي الجملة المفتوحة p(x) هي الجملة المفتوحة ليس صحيحا P(X) او أي جملة مفتوحة تكافئ ذلك وسوف نستعمل الرمز ~P(x) للتعبير عن نفي الجملة المفتوحة p(x)

نلاحظ ان مجموعة الحل للجملة المنفية هي مجموعة التعويض/ مجموعة حل الجملة p(x) .

مثال/ لنفرض أن مجموعة التعويض لكل جملة مفتوحة فيما يلي هي مجموعة الأعداد الصحيحة

نفيها ~P(x)	p(x) الجملة المفتوحة
$X^2-4 \neq 0$	$X^2-4 = 0$
X ليس عدد صحيحا زوجياً	Xعدد صحيحا زوجياً
$X \neq 4$ او x+1=6	$X=4$ و $x+1 \neq 6$

اسئلة محلولة

س1/ مجموعة الحل لكل جملة مفتوحة من الجمل الاتية :

	الجملة المفتوحة	مجموعة التعويض
أ-	X<3	الأعداد الطبيعية

الحل x={0,1,2}

ب-	$X^2-11x+30=0$	{10,6,5,3}

الحل / $X^2-11x+30=0$

(x-6) (x-5)=0

S={6,5}

جـ- $(x-1)\left(x-\frac{3}{5}\right)(x-30)=0$ الاعداد الصحيحة Z

الحل / X=1

$x=\frac{3}{5} \notin Z \quad x=30$

s_x ={1,30}

د - $x>4$ و $(x-1)(x-5)=0$ الاعداد الطبيعية N

الحل / $x>4 \wedge x=1$ أو x=5

$X=5 \wedge x>4$

$\{1,5\} \cap \{x: x>4\}$

S={5,6,7.....}

هـ x لا تقبل القسمة على 4 {10 , 8 ,6, 4, 2 }

الحل / S_x ={ 2,6,10}

و- $x+5 \geq 0$ الاعداد الصحيحة Z

الحل / $s_x=\{x: x \in Z, x \geq -5\}$

س2/ يوجد في كل مما ياتي زوج من الجمل المفتوحة أي من هذه الأزواج يمثل جملتين مفتوحتين متكافئتين مع العلم أن مجموعة التعويض هي Z .

أ- $3x-5=x+7$ و $x-3=3$

3x-x = 7+5 ∧ X=3+3
2x=12 ∧ X=6
X=6 ∧ X=6
S={6}

الجملتان متكافئتان لان مجموعة الحل لكيلهما متساوية

ب- $x^2=4$ و x =2

x= ∓2 x=2
s={-2,2} s={2}

الجملتان غير متكافئتان لان مجموعة غير متساوية

جـ $x^2=9$ و x=3 او x=-3

X=∓3
{-3} ∪ {3 }

د- (x+1)(2x+1)=0 و x+1 =0

$x+1=0 \rightarrow x=-1$
x=-1

S={-1} $2x+1=0 \rightarrow 2x=-1$ s={-3, 3} s={-3,3}

الجملتان متكافئتان $x=\frac{-1}{2} \in Z$

S={-1} الجملتان متكافئتان

هـ $(x-1)(x-5)=0$ و $X^2-6x+5=0$

$(x-5)(x-1)=0$ X=1
x=5 , x=1 X=5
S={1,5} S={1,5}

الجملتان متكافئتان

و- X=0 و X أكبر من -1 واصغر من 1 ز- $0 \leq x < 3$ و (x-1)(x-2)

S={0} S={0} S={0,1,2} x=1, x=2

الجملتان متكافئتان S={1,2}

الجملتان غير متكافئتان

س3/ انف كل جملة مفتوحة من الجمل الاتية ثم جد مجموعة الحل للجملة المنفية مع العلم أن مجموعة التعويض هي المجموعة {1,2,3,4,5} .

الجملة المفتوحة	نفي الجملة المفتوحة	مجموعة الحل
أ- 2x=4	2x≠4	X={1,3,4,5}
أ- X+4 =7	X+4≠7	X={1,2,4,5}
جـ (x-3)(x-4)=0	x≠ 3, x≠ 4	X={1,2,5}

د- $X+2=4$ و $x^2\neq 9$	$X+2\neq 4$ او $x^2=9$ $x\neq 4-2$ او $x=\mp 3$ $x\neq 2$ أو $x=\mp 3$	$X=\{1,3,4,5\}\cup\{3\}$ $S=\{1,3,4,5\}$ -)لا تنتمي الى مجموعة التعويض 3) لان
هـ - $x-1=4$ او $x^2=16$	$x-1\neq 4$ و $x^2\neq 16$ $x\neq 4+1$ $x\neq\mp 4$ $x\neq 5\cap x\neq\mp 4$	$\{1,2,3,4\}\cap\{1,2,3,5\}$ (-4)لا تنتمي الى مجموعة التعويض لان $S=\{1,2,3\}$

س4/ اذا علمت ان x ,y عناصر في المجموعة {0,1,2,3, ...9} فأكتب مجموعة الحل لكل من الجمل المفتوحة الاتية على شكل ازواج مرتبة.

أ- x-y=3	ب- x+y= 15
X=3+y	X = 15-y
عندما y=0 فان x=3+0 =3	عندما y=0 فان x=15
عندما y=1 فان x=3+1 =4	عندما y=1 فان x =14
عندما y=2 فان x=3+2 =5	عندما y=6فان x=15-6 =9
∴الأزواج المرتبة هي	∴ الأزواج المرتبة هي
{(3,0),(4,1),(5,2),(6,3),(7,4),(8,5),(9,6)}	{(9,6),(8,7),(7,8),(6,9)}