اعداد

م.م. احمد محمد خضر م.م. عبير ابراهيم اعشوي

المحاضرة الخامسة

المنطق الرياضي Mathematical Logic

الإحصـــاء

الوسـط الحسابي Arithmetic Mean

مقاييس النزعة المركزية :

هي مقاييس عددية تستخدم لقياس موضع تجمع البيانات . ومن خصائص البيانات ان لها نزعة أو ميل تتركز حول قيمة معينة متوسطة.

ومن أهم مقاييس النزعة المركزية :

1- **الوسط الحسابي.**
2- **الوسيط.**
3- **المنوال.**

التعريف/

يعرف الوسـط الحسابي لمجموعة من القيم : بأنه القيمة التي لو حلت محل قيمة كل مفردة في المجموعة لكان مجموع هذه القيم الجديدة مساويا لمجموع القيم الأصلية . وبالتالي فأن الوسط الحسابي يساوي مجموع القيم على عددها.

طريقة حسابه

- **الطريقة الأولى :**

(1) إذا كانت المعلومات الأحصائية (البيانات) غير مبوبة :

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$$

وبالرموز :

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

مثال 1 / اذا كانت اعمار خمسة أشخاص هي : 5, 8 , 9 , 11 , 12 سنة ، أحسب الوسط الحسابي لأعمار هؤلاء الأشخاص ؟

الحل /

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{12 + 11 + 9 + 8 + 5}{5} = \frac{45}{5} = 9 \text{ سنوات}$$

(2) إذا كانت البيانات مبوبة : إذا كانت القيم الأحصائية متجمعة في توزيع تكراري فيمكن أستخدام القانون الآتي :

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع حاصل ضرب كل مركز فئة في تكرارها}}{\text{مجموع التكرارات}}$$

وبالرموز :

$$\bar{X} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \cdots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + \cdots + f_n}$$

مثال 2 / لنفرض وجود (3) أشخاص عمر كل منهم (8) سنوات ، و (5) أشخاص عمر كل منهم (9) سنوات ، و (4) أشخاص عمر كل منهم (11) سنة ، و شخصين عمر كل منهم (12) سنة ، كما في الجدول الآتي :

العمـر	8	9	11	12
عدد الأشخـاص	3	5	4	2

(هذا جدول من دون فئات) فيكون العدد(العمر) هو الذي يمثل مركز الفئة ، أحسب الوسط الحسابي للعمر ؟

الحل / إذا رمزنا للعمر بالرمز x ولعدد الأشخاص أو التكرار بالرمز f فأن خطوات الحل يمكن تبسيطها كما في الجدول الآتي :

العمر (x)	التكرار (f)	العمر * التكرار (x f)
8	3	8 x 3 = 24
9	5	9 x 5 = 45
11	4	11 x 4 = 44
12	2	12 x 2 = 24
المجموع	14	137

الوسط الحسابي للعمر $\bar{X} = \frac{\sum x.f}{\sum f} = \frac{137}{14} = 9.786$ سنة

ولنتقدم خطوة أخرى و نأخذ حالة الجداول التكرارية ذات الفئات :

مثال 3 / الجدول الآتي يبين توزيع مئة شخص حسب فئات الوزن بالكيلو غرام . والمطلوب حساب الوسط الحسابي للوزن :

فئات الوزن	30 -	40 -	50 -	60 -	70 -	80 - 90	المجموع
عدد الأشخاص	9	15	22	25	18	11	100

الحل / نجد مركز الفئة (x) :

$$\text{مركز الفئة الأولى} = \frac{30+40}{2} = 35$$

$$\text{مركز الفئة الثانية} = 35 + 10 = 45 \quad \text{وهكذا} \ldots\ldots\ldots$$

وبالتالي فأن خطوات الحل هي :

(1) حساب مراكز الفئات و نرمز لها (x).

(2) نضرب مركز الفئة (x) في تكرارها (f) .

(3) نجد الوسط الحسابي من العلاقة : $\bar{X} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \cdots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + \cdots + f_n}$

فئات الوزن	التكرار (f)	مراكز الفئات (x)	العمر * التكرار (x f)
30 -	9	35	315
40 -	15	45	675
50 -	22	55	1210
60 -	25	65	1625
70 -	18	75	1350
80 – 90	11	85	935
المجموع	100		6110

$$\bar{X} = \frac{\sum x.f}{\sum f}$$

$$\bar{X} = \frac{6110}{100}$$

$$\bar{X} = 61.1$$

مثال 4 / جد الوسط الحسابي من الجدول التكراري الآتي :

الفئات	8 -	10 -	12 -	14 -	16 -	18 - 20	المجموع
التكرار	5	15	20	10	6	4	60

الحل /

فئات الوزن	التكرار (f)	مراكز الفئات (x)	العمر * التكرار (x f)
8 -	5	9	45
10 -	15	11	165
12 -	20	13	260
14 -	10	15	150
16 -	6	17	102
18 – 20	4	19	76
المجموع	60		798

$$\bar{X} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f}$$

$$\bar{X} = \frac{798}{60}$$

$$\bar{X} = 13.3$$

- **الطريقة الثانية : طريقة الوسط الفرضي أو الأنحرافات**

تعتمد هذه الطريقة على أختيار أحدى القيم (مراكز الفئات) بوصفها وسطا فرضيا ثم أيجاد انحراف كل فئة عن ذلك الوسط الفرضي و من ثم نطبق القانون:

$$\text{الوسط الحسابي} = \text{الوسط الفرضي} + \frac{\text{انحراف مركز فئة في تكرارها}}{\text{مجموع التكرارات}}$$

وبالرموز :

$$\bar{X} = \bar{x}_0 + \frac{\sum f.E}{\sum f}$$

حيث ان :

$\bar{x}_0$: الوسط الفرضي .

$\sum f$: مجموع التكرارات.

f : تكرار الفئة.

E : الانحراف ويساوي : $E = x - \bar{x}_0$

مثال 5 / الجدول التكراري التالي يبين أعمار (100) طالب جامعي . أوجد الوسط الحسابي للأعمار بطريقة الوسط الفرضي ؟

الحل /

(1) نستخرج مراكز الفئات.

(2) نختار الوسط الفرضي ($\bar{x}_0$) من بين مراكز الفئات و ليكن (21) الذي يقابل اكبر تكرار.

(3) نستخرج انحراف مركز كل فئة عن الوسط الفرضي

(الأنحراف = مركز الفئة – الوسط الفرضي) $E = x - \bar{x}_0$

(4) نستخرج حاصل ضرب تكرار كل فئة (f) $*$ انحراف مركزها عن الوسط الفرضي.

(5) نستخرج المجموع الكلي للتكرارات و المجموع الكلي $\sum f.E$، نكتب المعلومات السابقة في جدول كالآتي :

فئات الاعمار	التكرار (f)	مراكز الفئات (x)	$E = x - \bar{x}_0$	$f.E$
18 -	20	19	19 – 21 = -2	22 $*$ -2 = - 40
20 -	44	21	21 – 21 = 0	44 $*$ 0 = 0
22 -	18	23	23 – 21 = 2	18 $*$ 2 = 36
24 -	13	25	25 – 21 = 4	13 $*$ 4 = 52
26 -	3	27	27 – 21 = 6	3 $*$ 6 = 18
28 – 30	2	29	29 – 21 = 8	2 $*$ 8 = 16
المجموع	100			82

$$\bar{X} = \bar{x}_0 + \frac{\sum f.E}{\sum f}$$

$$\bar{X} = 21 + \frac{82}{100}$$

$$\bar{X} = 21.82$$ الوسط الحسابي للأعمار

مزايا الوسط الحسابي و عيوبه

- المزايا :

(1) يتميز بعملياته الحسابية البسيطة.

(2) تدخل جميع القيم في حسابه .

- العيوب :

(1) يتأثر بالقيم الشاذة او المتطرفة الكبيرة جدا او الصغيرة جدا .

(2) لا يمكن حسابه حسابا بيانيا .