الفصل الاول

الحلول العددية للمعادلات الجبرية الغير خطية

Numerical Solation for non Liner Equations

اولا : المعادلة الغير خطية : وهي المعادلة التي تحتوي على قوى مختلفة لـ X او دوال اسية او لوغاريتمية او مثلثية

EX: $x^2 - 4x+3=0$, $\sin x+\cos x=1$

ايجاد الجذور للمعادلات الغير خطية

Root finding for non Liner Equations

ايجاد جذر واحد او اكثر للمعادلة $f(x)$ هي احدى الحالات التي تكون فيها الحلول الدقيقة غير متوفرة لذلك يجب علينا الاقتناع بقابلية ايجاد الجذور بدقة مقبولة (تقريبية) تسمى الطرائق العددية لإيجاد الجذور بالطرائق التكرارية ، وان هذه الطرائق تشكل الموضوع الرئيسي في هذا الفصل .

الطرائق التكرارية لحل المعادلات تحتاج اولا الى معرفة التخمين الاولي (الابتدائي) للجذر (x_0) وهذا التخمين يمكن الحصول عليها من موقع الجذر اولا (الفترة التي فيها الجذر) ومن ثم ناخذ قيمة اولية مقبولة للجذر ومن الطرق لايجاد موقع الجذر هي :

اولا: طريقة الرسم Graphical Method

لهذه الطريقة حالتان وهما

١- اذا كان رسم الدالة يحتوي منحني واحد فقط وان موقع الجذر يكون عند التقاء (تقاطع)منحني الدالة مع المحور x.

مثال // جد مواقع الجذور للمعادلة $F(x) = x+ 5$

الحل//

X	Y
0	5
-5	0

الجذر يقع في الفترة [-5,0]

٢- اما اذا كان رسم الدالة يحتوي على منحنين او اكثر فان موقع الجذر يكون عند تقاطع منحني الدالة مع بعضهما والعمود النازل من نقطة التقاطع على محور x هو موقع الجذر .

ملاحظة // اذا كانت الدالة f(x) ذات صيغة معقدة فيمكن ان تحول بالصيغة $F_1(x)=F_2(x)$ ومن ثم نرسم المنحنيين $y_1=F_1(x)$, $y_2=F_2(x)$

مثال // جد مواقع الجذور للمعادلة $F(x)= \sqrt{x} - \ln x - 0.7$

نلاحظ وجود تقاطع بين منحني الدالتين في نقطتين التقاطع الاول في الفترة [2,3] والتقاطع الثاني في الفترة [7,8].

ثانيا : طريقة التحليل Analytical method

ان هذا الاسلوب في تعيين مواقع الجذور يعتمد بالأساس على مبرهنة القيمة المتوسطة والتي تنص

اذا كانت f دالة حقيقية مستمرة في الفترة [a,b] وكانت قيم كل من f(a) ,f(b) مختلفة في الاشارة فانه يوجد على الاقل جذر حقيقي واحد في الفترة [a,b].

ملاحظات :

❖ ان اختيار فترة تقسيم صغيرة يؤدى الى دقه في استخراج مواقع الجذور ولكن يعاب عليها في زيادة العمليات الحسابية .

❖ عند اختيار فترة نفسها فانه يؤدي الى عدم الدقة في استخراج مواقع جميع الجذور .

❖ اذا كانت المعادلة المعطاة على دالة مثلثية (sin x , cos x,...) ودوال خاصة فلا يمكن تحديد عدد جذورها (الموجبة والسالبة) لانها دوال غير منتهية (المثلثية) اما الدوال الخاصة فلا يمكن تحديد جذورها الا من خلال الاختبار .

❖ اذا كانت المعادلة كثير الحدود ذات متغير واحد ضمن الغالب يمكن تحديد عدد جذورها من خلال اكبر قوى للمتغير .

مثال 1// اوجد عدد الجذور ومواقعها .

$F(x) = X^2-X-7$

عدد الجذور هي 2 (متعددة حدود)

-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
+	-	-	-	-	-	-	+

اذن مواقع الجذور هي [-4,-3], [2,3]

مثال 2// اوجد عدد الجذور ومواقعها .

$F(x) = x^2 - e^x + 2$

الحل // في هذه الدالة لايمكن استخراج عدد الجذور الكلية مباشرة وذلك لاحتواء الدالة e^x لذلك نجري عليها طريقة التحليل لتحديد عدد الجذور

-2	-1	0	1	2	3
+	+	+	+	-	-

في هذه المعادلة لا تحتوي الا على جذر واحد يقع في [1,2] .

مثال 3// اوجد عدد الجذور ومواقعها

$F(x) = X^5+X^4-4X^3-3X^2+3X+1$

الحل// عدد الجذور الكلي هي 5

-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
-	-	-	-	+	-	+	+	+

الجذور الظاهرة هي [-1,0],[0,1],[1,2] والجذران الاخران فلم يظهران والتي يمكن ان يكون جذران عقديين ولايمكن استخراج موقعهما في هذه الطريقة .

الواجب // اوجد عدد الجذور ومواقعها

$F(x) = X^3-5X^2+2X+8$　　2- $F(x) = 2X- \cos x -2$