$$2x_2 - x_3 = -1 \quad \rightarrow \quad 2x_2 + \frac{1}{3} = -1 \quad \rightarrow \quad x_2 = \frac{-2}{3}$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \quad \rightarrow x_1 + \; 2\left(\frac{-2}{3}\right) - \frac{1}{3} = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = \frac{5}{3}$$

٢

٢-طريقة كاوس – جوردن Gauss-Jordan

تعد هذه الطريقة من الطرق المباشرة ، وهي مشابهة الى حد كبير لطريقة الحذف كاوس بحل منظومة المعادلات AX=b والاختلاف بينهما هو ان الحل في طريقة كاوس – جوردن يتم تحويل مصفوفة منظومة المعادلات الى مصفوفة قطرية (ليس مثلثية عليا) وبهذا نحصل على الحل النهائي لمجموعة المعادلات ولا نحتاج لتطبيق طريقة التعويض الرجعي .

لتكن منظومة المراد حلها هي

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \vdots & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \vdots & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \vdots & b_3 \end{bmatrix}$$

لحلها نجعل المصفوفة المثلثية العليا والسفلى اصفار

مثال // باستخدام طريقة كاوس جورن جد حل النظام التالي

$$4x_1 - 9x_2 + 2x_3 = 5$$

$$2x_1 - 4x_2 + 6x_3 = 3$$

$$x_1 - x_2 + 3x_3 = 4$$

الحل //

١- نمثل المنظومة باستخدام المصفوفة اي معاملات x_1 العمود الاول ومعاملات x_2 العمود الثاني ومعاملات x_3 العمود الثالث والنواتج العمود الرابع

٢- نجعل المصفوفة مثلثية عليا بعد تسمية الصفوف r_1, r_2, r_3 لتسهيل عملية الحل

$$\begin{bmatrix} 4 & -9 & 2 & : & 5 \\ 2 & -4 & 6 & : & 3 \\ 1 & -1 & 3 & : & 4 \end{bmatrix} \begin{matrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{matrix} \xrightarrow{r_2=-2r_3+r_2} \begin{bmatrix} 4 & -9 & 2 & : & 5 \\ 0 & -2 & 0 & : & -5 \\ 1 & -1 & 3 & : & 4 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{r_1=\frac{r_1}{4}} \begin{bmatrix} 1 & \frac{-9}{4} & \frac{1}{2} & : & \frac{5}{4} \\ 0 & -2 & 0 & : & -5 \\ 1 & -1 & 3 & : & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_3=r_3-r_1} \begin{bmatrix} 1 & \frac{-9}{4} & \frac{1}{2} & : & \frac{5}{4} \\ 0 & -2 & 0 & : & -5 \\ 0 & \frac{5}{4} & \frac{5}{2} & : & \frac{11}{4} \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{r_2=\frac{r_2}{-2}} \begin{bmatrix} 1 & \frac{-9}{4} & \frac{1}{2} & : & \frac{5}{4} \\ 0 & 1 & 0 & : & \frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{4} & \frac{5}{2} & : & \frac{11}{4} \end{bmatrix} \xrightarrow{r_3=\frac{-5}{4}r_2+r_3} \begin{bmatrix} 1 & \frac{-9}{4} & \frac{1}{2} & : & \frac{5}{4} \\ 0 & 1 & 0 & : & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & : & \frac{-3}{8} \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{r_1=\frac{9}{4}r_2+r_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} & : & \frac{55}{8} \\ 0 & 1 & 0 & : & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & : & \frac{-3}{8} \end{bmatrix} \xrightarrow{r_3=\frac{2}{5}r_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} & : & \frac{55}{8} \\ 0 & 1 & 0 & : & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 1 & : & \frac{-3}{20} \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{r_1=\frac{-1}{2}r_3+r_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & : & \frac{139}{20} \\ 0 & 1 & 0 & : & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 1 & : & \frac{-3}{20} \end{bmatrix}$$

$$x_1 = \frac{139}{20},\ x_2 = \frac{5}{2}\ , x_3 = \frac{-3}{20}$$

الفصل الرابع

التفاضل والتكامل العددي

الفروقات المنتهية Finite Differences

١ـ الفروقات الامامية التقدمية Forward Differences

لتكن الدالة المستخدمة $y = f(x)$ هي دالة حقيقية قيمها معلومة في n+1 من النقاط
وهي معرفة في نقاط متساوية الابعاد، يرمز لعامل (مؤثر) الفروقات الامامية Δ
(Operator)

يعرف الفرق الامامي الاول

$$\Delta y_0 = y_1 - y_0$$

$$\Delta y_1 = y_2 - y_1$$

$$\Delta y_2 = y_3 - y_2$$

من خلال الفروق الامامي الاول علاه يمكن كتابة الفرق الاول بصورة عامة بالاتي

$$\Delta y_i = y_{i+1} - y_i \qquad i=1,2,3,\dots,n-1$$

ونحصل على الفروق الامامية الثانية باخذ الفروق للفروق الاولى

$$\Delta^2 y_0 = \Delta(\Delta y_0) = \Delta(y_1 - y_0) = \Delta y_1 - \Delta y_0 = y_2 - y_1 - y_1 + y_0$$

$$=y_2 - 2y_1 + y_0$$

$$\Delta^2 y_1 = \Delta(\Delta y_1) = \Delta(y_2 - y_1) = \Delta y_2 - \Delta y_1 = y_3 - y_2 - y_2 + y_1$$

$$=y_3 - 2y_2 + y_1$$

من خلال الفروقات اعلاه يمكن كتابة الفرق الامامي الثاني بصورة عامة

$$\Delta^2 y_i = \Delta y_{i+1} - \Delta y_i \qquad i=1,2,3,\dots,n-2$$

وبتكرار الطريقة نفسها يمكن الحصول على الفروقات الامامية الاتية

$$\Delta^3 y_i = \Delta^2 y_{i+1} - \Delta^2 y_i \qquad i=1,2,3,\dots,n-3$$

$$\Delta^4 y_i = \Delta^3 y_{i+1} - \Delta^3 y_i \qquad i=1,2,3,\dots,n-4$$

يمكن الحصول على كل هذه الفروقات من خلال جدول بسيط

x_i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$
x_0	y_0				
		Δy_0			