ت- $t_{0.975,15}$

ث- $t_{0.90,18}$

الحل:

أ- من جدول (3) الخاص بتوزيع t وبتقاطع الصف الذي يمثل درجة الحرية $n=v=12$ والعمود الذي يمثل قيمة $\alpha=0.05$ وهو المساحة على الطرف الايمن للتوزيع ، نجد ان

$t_{0.05,12}=1.782$

ب- من جدول (3) الخاص بتوزيع t وبتقاطع الصف الذي يمثل درجة الحرية $n=v=20$ والعمود الذي يمثل قيمة $\alpha=0.025$ وهو المساحة على الطرف الايمن للتوزيع ، نجد ان

$t_{0.025,20}=2.086$

ت- بما ان $t_{1-\alpha,n}=-t_{\alpha,n}$ **وان** $1-\alpha=0.975$ **أي ان**

$1-0.975=\alpha=0.025$

فان

$t_{0.975,15}=-t_{0.025,15}=-2.131$

ث- بما ان $t_{1-\alpha,n}=-t_{\alpha,n}$ **وان** $1-\alpha=0.90$ **أي ان**

$1-0.90=\alpha=0.1$

فان

$t_{0.90,18}=-t_{0.1,18}=-1.330$

<u>خامساً</u>: توزيع F

ان هذا التوزيع من التوزيعات التي الهامة والذي يستخدم في الاحصاء الاستنتاجي لإجراء العديد من اختبارات الفروض المتعلقة بتحليل التباين وتصميم التجارب واختبار معنوية خطوط الانحدار وغيرها من التطبيقات الاحصائية العديدة والهامة وقد اكتشف هذا التوزيع من قبل العالم الانكليزي الشهير فيشر

R.A.Fisher حيث استخدمه لاختبار النسبة بين تبايني مجتمعين طبيعيين

ويعرف هذا التوزيع كما يلي:

اذا كان Y ، X متغيرين عشوائيين ومستقلين وكان المتغير العشوائي X له توزيع كاي بدرجات حرية m وان المتغير العشوائي Y له توزيع كاي بدرجات حرية n ، فأن المتغير العشوائي

$$F = \frac{X/m}{Y/n}$$

له توزيع يطلق عليه تسمية توزيع f بدرجات حرية تساوي m و n ويرمز له بالرمز $\mathrm{F} \sim f(m,n)$ وله دالة كثافة احتمال كما يلي:

$$h_F(f) = \begin{cases} \dfrac{\Gamma(\frac{m+n}{2})(\frac{m}{n})^{\frac{m}{2}}}{\Gamma(\frac{m}{2})\Gamma(\frac{n}{2})} \dfrac{f^{\frac{m}{2}-1}}{[1+\frac{m}{n}f]^{(\frac{m+n}{2})}} & , f < 0 \\ 0 & , f \le 0 \end{cases}$$

ان هذا التوزيع محدد بالكامل بالمعلمتين m و n .

ويعد هذا التوزيع ملتويا التواء موجب (ناحية اليمين) ، وتقل درجة الالتواء كلما زادت درجات حرية البسط m أو المقام n أو كليهما معاً.

ملاحظة مهمة جداً:

في بعض المصادر يستخدم الرمزان v_1, v_2 للدلالة على درجات الحرية على التوالي بدلا من الرمزان m,n كما في جدول رقم (4) الملحق بالمحاضرة أي ان: $m = v_1$ ، $n = v_2$
ولقيم مختلفة من $\alpha = 0.25$ ، $\alpha = 0.1$ ،$\alpha = 0.05$ ،$\alpha = 0.025$ ،$\alpha = 0.01$

خصائص توزيع f :

1- ان الدالة $h_F(f) \to 0$ كلما $f \to \infty$ واذا كانت $m > 2$ فأن $h_F(f) \to 0$ كلما $f \to 0$.

2- اذا كانت $m > 2$ فأن دالة الكثافة وحيدة المنوال عند $f = \frac{n(m-2)}{m(n+2)}$ اما اذا كانت $m = 2$ فأن المنوال يكون عند $f = 0$ ، واذا كانت $m = 1$ فأن $h_F(f) \to \infty$ كلما $f \to 0$

3- اذا كان $X \sim f(m,n)$ فأن $\frac{1}{X} \sim f(n,m)$.

4- اذا كانت $m = 1$ فأن $f(1,n) = t_{(n)}^2$ أي ان $f(1,n)$ و T^2 لهما التوزيع ذاته.

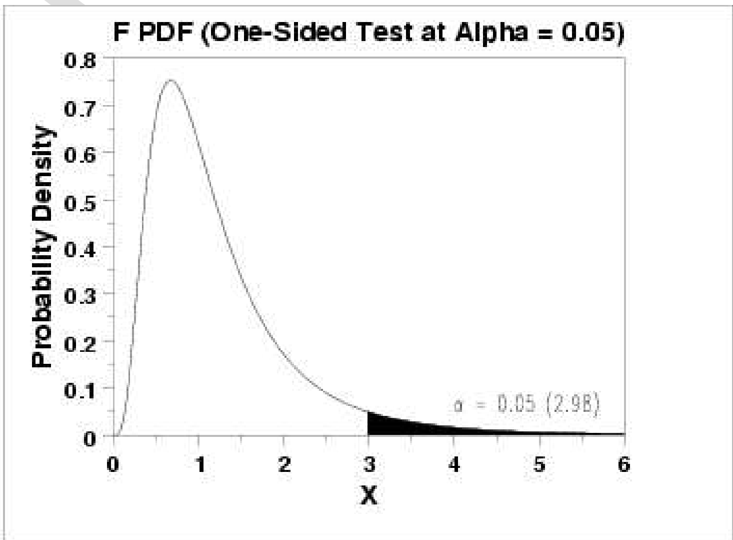
5- سوف نرمز لقيم الطرف الاعلى من توزيع f بالرمز $F_{\alpha,m,n}$ وهذا يعني ان:

$$p(F_{(m,n)} \geq f_{\alpha(m,n)}) = \int_{F_{\alpha,m,n}}^{\infty} h(f)df = \alpha$$

ونظرا لأهمية هذا التوزيع فقد وضعت جداول خاصة به عند قيم مختلفة لكل من α, m, n وهي جدول (4) والذي يوضح القيم المئوية العليا والسفلى لتوزيع F .

كما موضح بالشكل الاتي:

شكل (13) القيمة المئوية لتوزيع F وان $\alpha = 0.05$



وعلى ضوء الخاصية (3) وحيث ان :

$$\mathrm{F}_{m,n}=\frac{\chi^2_{(m)}/m}{\chi^2_{(n)}/n}=\frac{1}{(\chi^2_{(n)}/n)/(\chi^2_{(n)}/m)}=[F_{n,m}]^{-1}$$

وعليه فأن:

$$\alpha=p(\mathrm{F}_{m,n}>f_{\alpha,m,n})=p(f^{-1}_{\alpha,m,n}>\mathrm{F}_{n,m})=1-p(\mathrm{F}_{n,m}>f^{-1}_{\alpha,m,n})$$

وعليه فأن

$$f_{1-\alpha,n,m}=f^{-1}_{\alpha,m,n}=\frac{1}{f_{\alpha,m,n}}$$

وبالتالي من هذه الخاصية يمكن ايجاد القيم السفلى لمئويات توزيع F .

6- اذا كان $\mathrm{F}\sim f(m,n)$ **فأن**

القيمة المتوقعة والتباين للمتغير العشوائي F **هي كما يلي:**

$$\mathrm{E(F)}=\frac{n}{m}\frac{m/2}{(n/2)-1}=\frac{n}{n-2},n>2$$

$$\mathrm{V(T)}=\frac{2n^2(m+n-2)}{m(n-2)^2(n-4)},\mathrm{n}>4$$

مثال(38): باستخدام جدول(4) الخاص بتوزيع F جد كلا مما يلي:

أ- $f_{0.05,4,6}$

ب- $f_{0.025,8,10}$

ت- $f_{0.95,4,6}$

ث- $f_{0.99,20,12}$

الحل:

أ- من جدول (4) الخاص بتوزيع f وبتقاطع الصف والعمود الذي يمثل درجات الحرية $n=6,m=4$ **عندما** $\alpha=0.05$ **وهو المساحة على الطرف الايمن للتوزيع ، نجد ان**

$f_{0.05,4,6} = 4.53$

ب- من جدول (4) الخاص بتوزيع f وبتقاطع الصف والعمود الذي يمثل درجات الحرية $n = 10, m = 8$ عندما $\alpha = 0.025$ ، وهو المساحة على الطرف الايمن للتوزيع ، نجد ان

$f_{0.025,8,10} = 3.85$

ت- حيث ان جدول (4) الخاص بتوزيع f يعطي القيم التي تقع على يمين التوزيع وعليه من العلاقة الاتية: $f_{1-\alpha,m,n} = \frac{1}{f_{\alpha,n,m}}$

وان $1-\alpha = 0.95$ أي ان

$1 - 0.95 = \alpha, \Rightarrow \alpha = 0.05$

فان

$$f_{0.95,4,6} = \frac{1}{f_{0.05,6,4}} = \frac{1}{6.16} = 0.162$$

ث- بصورة مشابهة للفرع ت اعلاه ، حيث ان جدول (4) الخاص بتوزيع f يعطي القيم التي تقع على يمين التوزيع وعليه من العلاقة الاتية:

$$f_{1-\alpha,m,n} = \frac{1}{f_{\alpha,n,m}}$$

وان $1-\alpha = 0.99$ أي ان

$1 - 0.99 = \alpha, \Rightarrow \alpha = 0.01$

فان

$$f_{0.99,20,12} = \frac{1}{f_{0.01,12,20}} = \frac{1}{3.23} = 0.3096$$

الفصل الثاني (نظرية المعاينة)

1- توزيع المعاينة لمتوسط عينة واحدة لمجتمع

تعريف: اذا كان لدينا $X_1, X_2, \ldots, X_n$ تمثل عينة عشوائية فان متوسط العينة

يرمز له بالرمز $\bar{X}$ ولتباين العينة يرمز S^2 حيث ان

$$S^2 = \tfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 ; \bar{X} = \tfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

فاذا كانت العينة العشوائية من مجتمع احصائي يخضع لتوزيع متوسطه μ وتباينه σ^2

فأن توزيع المعاينة لمتوسط العينة $(\bar{X})$ له الخصائص الاتية:

1- توقع متوسط العينة $\mu_{\bar{X}} = E(\bar{X}) = \mu$ عندما تكون المعاينة مع الاعادة او بدون الاعادة.

2- تباين متوسط العينة عندما يكون حجم المجتمع كبيرا او لا نهائي او عندما تكون المعاينة مع الاعادة

$$\sigma^2_{\bar{X}} = \frac{\sigma^2}{n}$$

وسيكون تباين متوسط العينة عندما يكون حجم المجتمع صغيرا او محدودا او عندما تكون المعاينة بدون الاعادة

$$\sigma^2_{\bar{X}} = \frac{\sigma^2}{n}\frac{(N-n)}{(N-1)}$$

حيث ان N تمثل حجم المجتمع وان الاحصائي

حيث ان μ تمثل $\sigma^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(X_i-\mu)^2 ; \mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N}$

التوقع(الوسط الحسابي للمجتمع) وان σ^2 يمثل التباين للمجتمع .

<u>الملخص للتعريف:</u>

1- نحسب الوسط الحسابي والتباين للمجتمع الذي حجمه N حسب القوانين الاتية :

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(X_i-\mu)^2$$

أ- التوقع لمتوسط العينة عندما تكون المعاينة مع الاعادة او بدون الاعادة يحسب

$$\mu_{\bar{X}} = E(\bar{X}) = \mu$$

ب- تباين متوسط العينة عندما يكون حجم المجتمع كبيرا او لا نهائي او عندما تكون المعاينة <u>مع الاعادة</u>

$$\sigma^2_{\bar{X}} = \frac{\sigma^2}{n}$$

وسيكون تباين متوسط العينة عندما يكون حجم المجتمع صغيرا او محدودا او عندما تكون المعاينة <u>بدون الاعادة</u>

$$\sigma^2_{\bar{X}} = \frac{\sigma^2}{n}\frac{(N-n)}{(N-1)}$$

حيث ان N تمثل حجم المجتمع وان الاحصائي وسنوضحها بالمثال الاتي: