حيث ان: -

$\sum_{i=1}^{n} fiXi$ = هو مجموع حاصل ضرب القيمة في تكرارها.

$\sum_{i=1}^{n} fi$ = مجموع التكرارات.

مثال/ جد الوسط الحسابي للقيم في الجدول التالي

تكرارها(fi)	القيم(Xi)
2	**10**
5	**15**
3	**20**
1	**30**

الحل: -

نوجد حاصل ضرب القيمة في تكرارها ونضعها في عمود يضاف للجدول ونوجد مجموع التكرارات ومجموع القيمة في تكرارها ونضعها في نهاية الجدول وكما مبين كالاتي: -

القيم(Xi)	تكرارها(fi)	fi * Xi
10	**2**	2×10= 20
15	**5**	5×15= 75
20	**3**	3×20= 60
30	**1**	1×30= 30
المجموع	11	185

نعوض في القانون: -

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} fiXi}{\sum_{i=1}^{n} fi} = \frac{185}{11} = 16.8$$

- **بيانات مبوبة حسب الفئات وتكراراتها** لحساب الوسط الحسابي في هذه الحالة نتبع الاتي: -

١- **نحسب ونحدد مراكز الفئات.**

٢- **ضرب كل مركز فئة بمقدار تكرارها.**

٣- **تقسيم (حاصل ضرب مركز كل فئة في تكرارها) على (مجموع التكرارات).**

مثال/ جد الوسط الحسابي للقيم في الجدول الاتي:

الفئات	التكرار fi
31 – 40	1
41 – 50	2
51 – 60	5
61 – 70	15
71 – 80	25
81 – 90	20
91 – 100	12

الحل: -

- نوجد مجموع التكرارات.
- نوجد مراكز الفئات حسب القانون التالي مركز الفئة $=\frac{\text{الحد الاعلى+الحد الادنى}}{2}$ بالنسبة لهذا الجدول ونضعها في عمود يضاف للجدول.
- نوجد حاصل ضرب مراكز الفئات في تكراراتها ونحسب مجموعها ونضعها في عمود يضاف للجدول

الفئات	التكرار fi	مراكز الفئات	مركز الفئة × التكرار
31 – 40	1	35.5	35.5
41 – 50	2	45.5	91
51 – 60	5	55.5	277.5
61 – 70	15	65.5	982.5
71 – 80	25	75.5	1887.5
81 – 90	20	85.5	1710
91 – 100	12	95.5	1146
المجموع	$\sum fi = 80$		$\sum fiXi$ =6130

نحسب الوسط الحسابي من القانون الاتي: -

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} fiXi}{\sum_{i=1}^{n} fi} = \frac{6130}{80} = 76.62$$

خواص الوسط الحسابي: -

١- قيمة الوسط الحسابي تتأثر بشكل كبير بقيم المشاهدات المتطرف الكبيرة منها والصغيرة وبالتالي فان الوسط الحسابي قد لا يكون معبرا بشكل حقيقي عن متوسط قيم المشاهدات بسبب القيم المتطرفة.

٢- مجموع انحرافات القيم عن توسطها الحسابي يساوي صفرا.

أي ان: -

- **بالنسبة للبيانات غير مبوبة: -**

$$\sum (Xi - \bar{X}) = 0$$

- **بالنسبة للبيانات المبوبة: -**

$$\sum fi(Xi - \bar{X}) = 0$$

٣- **إذا اضفنا عدد ثابت (*K*)** الى كل قيمة من قيم المشاهدات فان الوسط الحسابي للقيم الجديدة يساوي **الوسط الحسابي للقيم الاصلية + العدد الثابت (*K*)**. اما إذا **طرحنا عدد ثابت (*K*)** من كل قيمة من قيم المشاهدات فان الوسط الحسابي للقيم الجديدة يساوي **الوسط الحسابي للقيم الاصلية - العدد الثابت (*K*).**

مثال/ اذا كان لدينا القيم التالية ***Xi= 8, 3, 2, 12, 10*** **فان الوسط الحسابي**

$$\overline{X1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{5} Xi}{5} = \frac{8+3+2+12+10}{5} = \frac{35}{5} = 7$$

فاذا اضفنا 3 كعدد ثابت للقيم الاصلية للمجتمع تصبح ***Xi= 11, 6, 5, 15, 13*** **فان الوسط الحسابي**

$$\overline{X2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{5} Xi}{5} = \frac{11+6+5+15+13}{5} = \frac{50}{5} = 10$$

ويمكن حساب الوسط الحسابي مباشرة من **القاعدة رقم ٣** بدون القيام بعملية الحساب وكما يلي: -

$$\overline{X2} = \overline{X1} + k = 7 + 3 = 10$$

٤- **إذا ضربنا عدد ثابت (*K*)** في كل قيمة من قيم المشاهدات فان الوسط الحسابي للقيم الجديدة يساوي **الوسط الحسابي للقيم الاصلية × العدد الثابت (*K*)**. اما إذا **قسمنا عدد ثابت (*K*)** من كل قيمة من قيم المشاهدات فان الوسط الحسابي للقيم الجديدة يساوي **الوسط الحسابي للقيم الاصلية ÷ العدد الثابت (*K*).**

٥- الوسط الحسابي لمجموع قيم متغيرين = مجموع الوسطين الحسابيين للمتغيرين

$$\bar{X} = \bar{Y} + \bar{Z}$$

٦- إذا كان لكل قيمة من المشاهدات () وزن يتناسب مع أهميتها فاذا رمزنا لهذه الوزن بالرمز () فان الوسط الحسابي الموزون لهذه القيم هو: -

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} wiXi}{\sum_{i=1}^{n} wi} \quad \text{..... (3)}$$

مثال/ القيم التالية تمثل النتائج النهائية لكل الدروس لاحد الطلبة لأربعة أعوام في كلية التربية الاساسية علما ان لكل نتيجة وزنا واهمية او نسبة معينة. اوجد الوسط الحسابي الموزون لنتيجة هذا الطالب للأعوام الأربعة.

سنة النتيجة	معدل النتيجة النهائية (*Xi*)	الأهمية النسبية (*Wi*)
المرحلة الاولى	70	*10%*
المرحلة الثانية	*60*	*20%*
المرحلة الثالثة	*75*	*30%*
المرحلة الرابعة	*55*	*40%*

الحل: - **١)** نوجد حاصل **ضرب معدل النتيجة النهائية في أهميتها النسبية** لكل سنة من السنوات. ونضعها في عمود

٢) نوجد **مجموع حاصل ضرب معدل النتيجة النهائية في أهميتها** النسبية **ومجموع الأهمية النسبية**.

سنة النتيجة	معدل النتيجة النهائية (*Xi*)	الأهمية النسبية (*Wi*) %	*Wi × Xi*
المرحلة الاولى	70	*10%*	*700*
المرحلة الثانية	*60*	*20%*	*1200*
المرحلة الثالثة	*75*	*30%*	*2250*
المرحلة الرابعة	*55*	*40%*	*2200*
المجموع		*100%*	*6350*

اذن **الوسط الحسابي او معدل الطالب لأربع سنوات** هو: -

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} wiXi}{\sum_{i=1}^{n} wi} = \frac{6350}{100} = 63.5\%$$

ثانيا) الوسيط (The Median)

هو القيمة الوسطية التي تقع في منتصف مجموع من البيانات المرتبة تصاعديا او تنازليا إذا كان عدد المتغيرات فرديا. ومتوسط القيمتين الوسطيتين إذا كان عدد المتغيرات زوجيا ويرمز له بالرمز **($\overline{Me}$) ويلفظ (ام أي بار).**

كيفية حساب الوسيط

- **حساب الوسيط إذا كانت القيم غير مبوبة: - وهي على نوعين**

١- إذا كان عدد قيم المشاهدات **فردي** فيمكن اتباع الخطوات التالية لاستخراج الوسيط.

أ- نرتب قيم المشاهدات **تصاعديا** او **تنازليا**.

ب- نستخرج **ترتيب الوسيط** وذلك من خلال المعادلة التالية: -

$$\textbf{ترتيب الوسيط } (\overline{Me}) = \frac{n+1}{2}$$

حيث **(n) هي عدد قيم المشاهدات.**

مثال/ جد الوسيط للقيم التالية 16, 12, 8, 11, 9, 10, 17

الحل: -

نرتب القيم تصاعديا: -

8, 9, 10, 11, 12, 16, 17

$$\textbf{ترتيب الوسيط } (\overline{Me}) = \frac{n+1}{2} = \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

اذن **الوسيط** هو القيمة الرابعة في الترتيب التصاعدي = **11**

او نرتب القيم تنازليا: -

17, 16, 12, 11, 10, 9, 8

$$\textbf{ترتيب الوسيط } (\overline{Me}) = \frac{n+1}{2} = \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

اذن **الوسيط** هو القيمة الرابعة في الترتيب التنازلي = **11**

٢- إذا كان عدد قيم المشاهدات **زوجي** فيمكن اتباع الخطوات التالية لاستخراج الوسيط.

أ- نرتب قيم المشاهدات **تصاعديا او تنازليا**.

ب- نحدد **ترتيب الوسيطين**:

$$\textbf{ترتيب الوسيط الأول} = \frac{n}{2} \text{ , } \textbf{ترتيب الوسيط الثاني} = \frac{n}{2} + 1$$

٣- نحدد **القيم المناظرة** لكل من **الوسيط الأول والوسيط الثاني** في الترتيب **التصاعدي** او **التنازلي**.

٤- نستخرج **الوسيط** من القانون التالي: -

$$\textbf{الوسيط } (\overline{Me}) = \frac{\text{قيمة الوسيط الثاني} + \text{قيمة الوسيط الاول}}{2}$$

مثال/ احسب الوسيط للقيم الاتية: -